



(21) 申请号 202211341903.7

(22) 申请日 2022.10.31

(65) 同一申请的已公布的文献号

申请公布号 CN 115412102 A

(43) 申请公布日 2022.11.29

(73) 专利权人 人工智能与数字经济广东省实验
室(广州)

地址 510330 广东省广州市海珠区新港东
路2429号首层自编051房

(72) 发明人 温金明 何梓濠

(74) 专利代理机构 广州科粤专利商标代理有限
公司 44001

专利代理师 劳剑东 邓潮彬

(51) Int. Cl.

H03M 7/30 (2006.01)

(56) 对比文件

CN 107809253 A, 2018.03.16

CN 107113101 A, 2017.08.29

US 2021082162 A1, 2021.03.18

CN 114398589 A, 2022.04.26

CN 112422133 A, 2021.02.26

CN 114969648 A, 2022.08.30

王泽等. 求解线性方程组稀疏解的稀疏贪婪
随机Kaczmarz算法.《同济大学学报(自然科学
版)》.2021,第49卷(第11期),

审查员 白超

权利要求书4页 说明书9页 附图4页

(54) 发明名称

基于稀疏随机Kaczmarz算法稀疏信号恢复
方法、系统、设备和介质

(57) 摘要

本发明公开了一种基于稀疏随机Kaczmarz
算法稀疏信号恢复方法、系统、设备和介质,涉及
通信信号处理技术领域,建立稀疏信号恢复模
型;接收第一信号,并利用所述稀疏信号模型将
所述第一信号重构为第二信号,其中,利用改进
的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,改进
的随机Kaczmarz算法有效利用迭代次数以及当
前迭代解来为本次迭代的行向量的各元素分配
不同的权值,从而提高了算法的收敛速率与恢复
效果,实现了提高稀疏信号的恢复性能的目的。

建立稀疏信号恢复模型

接收第一信号,并利用所述稀疏信号模型
将所述第一信号重构为第二信号,其中,
利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的
重构过程

1. 一种稀疏信号恢复方法,其特征在于,包括:

建立稀疏信号恢复模型;

接收第一信号,并利用所述稀疏信号恢复模型将所述第一信号重构为第二信号,其中,利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,所述改进的随机Kaczmarz算法包括:

获取感知矩阵、估计支集的基数,将接收的所述第一信号作为噪声观测向量,设定最大迭代次数和迭代停止条件;

初始化稀疏信号恢复模型的迭代次数和估计稀疏信号;

根据估计稀疏信号、感知矩阵、估计支集的基数和稀疏信号恢复模型继续更新获得新的估计稀疏信号,其中,在所述改进的随机Kaczmarz算法的第 k 次迭代中,按概率选取感知矩阵中的第 i_k 行,将第 i_k 行向量记作 a_{i_k} ,根据上一迭代中获得的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 以及估计支集的基数,计算出估计支集 S_k ,并利用支集 S_k 计算权重向量 w_k ,最后将上一迭代的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上,以得到更新后的估计稀疏信号 $x^{[k]}$;

根据所述最大迭代次数或迭代停止条件判断是否退出迭代;

将最后一次迭代中获得的估计稀疏信号输出作为所述第二信号;

按概率 $P(i_k)$ 选取感知矩阵中的第 i_k 行的步骤具体为:

$$P(i_k) = \frac{\|a_{i_k}\|_2^2}{\|A\|_F^2}$$

其中, i_k 代表第 k 次迭代中选择感知矩阵 A 的第 i 行, a_{i_k} 代表感知矩阵 A 的第 i_k 行的行向量, $\|A\|_F$ 代表矩阵 A 的Frobenius范数;

估计支集 S_k 的计算方式为:

$$S_k = \text{supp}(x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}})$$

其中, $x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}}$ 代表保留向量 $x^{[k-1]}$ 中绝对值前 $\max\{\hat{K}, N-k+1\}$ 大的元素,并令该向量中其余元素为0; $\hat{K}$ 为估计支集的基数; N 为感知矩阵 A 的列数; $\text{supp}(\cdot)$ 记录了一个向量中所有非零元素的索引,即该向量的支集;

权重向量 w_k 的计算方式为:

$$w_k(l) = \begin{cases} 1 & , l \in S_k \\ \frac{1}{\sqrt{k * \frac{j - |S_k|}{N - |S_k|}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), 1 < k < N \\ \frac{1}{k * \sqrt{\frac{j - |S_k|}{N * (N - |S_k|)}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), k \geq N \end{cases}$$

其中, $\iota(l)$ 代表元素 $x_l^{[k-1]}$ 在向量 $x^{[k-1]}$ 中各元素按绝对值大小进行降序排序后的名次; $|S_k|$ 代表集合 S_k 的基数, S_k^c 代表集合 S_k 的补集;

将上一迭代的向量 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上以更新解向量、得到向量 $x^{[k]}$,其中, $x^{[k]}$ 的计算方式为:

$$x^{[k]} = x^{[k-1]} + \frac{b_{i_k} - \langle w_k \odot a_{i_k}, x^{[k-1]} \rangle}{\|w_k \odot a_{i_k}\|_2^2} (w_k \odot a_{i_k})^T$$

其中, $\langle \cdot \rangle$ 表示内积, $\odot$ 表示点积。

2. 根据权利要求1所述的稀疏信号恢复方法,其特征在于,迭代终止条件具体表示为:

$$\|x^{[k]} - x\|_2 \leq p \|x\|_2$$

其中, $x^{[k]}$ 是第 k 次迭代返回的估计信号, x 为真实稀疏信号, p 表示给定的正数。

3. 一种稀疏信号恢复系统,其特征在于,包括:

信号采集单元,用于接收第一信号;

处理单元,其用于接收第一信号,并利用稀疏信号恢复模型将所述第一信号重构为第二信号;

信号输出单元,用于输出第二信号,其中,在所述处理单元中,利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,所述改进的随机Kaczmarz算法包括:

获取感知矩阵、估计支集的基数,将接收的所述第一信号作为噪声观测向量,设定最大迭代次数和迭代停止条件;

初始化稀疏信号恢复模型的迭代次数和估计稀疏信号;

根据估计稀疏信号、感知矩阵、估计支集的基数和稀疏信号恢复模型继续更新获得新的估计稀疏信号,其中,在所述改进的随机Kaczmarz算法的第 k 次迭代中,按概率选取感

知矩阵中的第 i_k 行, 将该行向量记作 a_{i_k} , 根据上一迭代中获得的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 以及估计支集的基数, 计算出估计支集 S_k , 并利用支集 S_k 计算权重向量 w_k , 最后将上一迭代的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上, 以得到更新后的估计稀疏信号 $x^{[k]}$;

根据所述最大迭代次数或迭代停止条件判断是否退出迭代;

将最后一次迭代中获得的估计稀疏信号输出作为所述第二信号;

按概率 $P(i_k)$ 选取感知矩阵中的第 i_k 行的步骤具体为:

$$P(i_k) = \frac{\|a_{i_k}\|_2^2}{\|A\|_F^2}$$

其中, i_k 代表第 k 次迭代中选择感知矩阵 A 的第 i 行, a_{i_k} 代表感知矩阵 A 的第 i_k 行的行向量, $\|A\|_F$ 代表矩阵 A 的Frobenius范数;

估计支集 S_k 的计算方式为:

$$S_k = \text{supp}(x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}})$$

其中, $x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}}$ 代表保留向量 $x^{[k-1]}$ 中绝对值前

$\max\{\hat{K}, N-k+1\}$ 大的元素, 并令该向量中其余元素为0; $\hat{K}$ 为估计支集的基数; N 为感知矩阵 A 的列数; $\text{supp}(\cdot)$ 记录了一个向量中所有非零元素的索引, 即该向量的支集;

权重向量 w_k 的计算方式为:

$$w_k(l) = \begin{cases} 1 & , l \in S_k \\ \frac{1}{\sqrt{k * \frac{j - |S_k|}{N - |S_k|}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), 1 < k < N \\ \frac{1}{k * \sqrt{\frac{j - |S_k|}{N * (N - |S_k|)}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), k \geq N \end{cases}$$

其中, $l(l)$ 代表元素 $x_l^{[k-1]}$ 在向量 $x^{[k-1]}$ 中各元素按绝对值大小进行降序排序后的名次; $|S_k|$ 代表集合 S_k 的基数, S_k^c 代表集合 S_k 的补集;

将上一迭代的向量 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上以更新解向量、得到向量 $x^{[k]}$, 其中, $x^{[k]}$ 的计算方式为:

$$x^{[k]} = x^{[k-1]} + \frac{b_{i_k} - \langle w_k \odot a_{i_k}, x^{[k-1]} \rangle}{\|w_k \odot a_{i_k}\|_2^2} (w_k \odot a_{i_k})^T$$

其中, $\langle \cdot \rangle$ 表示内积, $\odot$ 表示点积。

4. 一种电子设备, 其特征在于, 所述电子设备包括处理器和存储器, 所述存储器中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集, 所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由所述处理器加载并执行, 以实现如权利要求1至2任一所述的稀疏信号恢复方法。

5. 一种计算机可读存储介质, 其特征在于, 所述存储介质中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集, 所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由处理器加载并执行以实现权利要求1至2任一所述的稀疏信号恢复方法。

基于稀疏随机Kaczmarz算法稀疏信号恢复方法、系统、设备和介质

技术领域

[0001] 本发明涉及通信信号处理技术领域,具体涉及一种基于稀疏随机Kaczmarz算法稀疏信号恢复方法、系统、设备和介质。

背景技术

[0002] 在无线通信、图像处理、模式识别等很多信号处理应用中,需要求解一个线性系统,其中为感知矩阵,为观测向量,需要恢复的信号是一个稀疏向量或是可被稀疏表示的向量。在压缩感知理论的保证下,通过利用信号的稀疏性,可以在远小于奈奎斯特-香农采样率的条件下稳健重构稀疏信号。因此,压缩感知解决了传统采样方法面临的高成本、低效率以及数据资源浪费等问题。

[0003] 现有的针对稀疏信号的恢复算法的效率是有限的,往往难以满足大规模、高维数据下的稀疏信号恢复的应用需求。Kaczmarz算法因其易实现性及其可并行性,可高效求解大规模线性系统。但是,现有的算法的恢复效果还不够理想,并且算法效率还存在进一步改进的空间。考虑到稀疏信号的恢复是通信和信号应用领域重要的研究方向,因此研究一种速度更快恢复性能更好的稀疏信号恢复方法仍是迫切需要的。

发明内容

[0004] 针对现有技术中的随机Kaczmarz算法收敛速率和恢复效果不佳,本发明提供一种基于稀疏随机Kaczmarz算法稀疏信号恢复方法、系统、设备和介质,以提高算法的收敛速率与恢复效果,实现了提高稀疏信号的恢复性能的目的。

[0005] 为实现上述目的,本发明的技术方案是这样实现的:

[0006] 第一方面,本发明提供一种稀疏信号恢复方法,其包括:

[0007] 建立稀疏信号恢复模型;

[0008] 接收第一信号,并利用所述稀疏信号模型将所述第一信号重构为第二信号,其中,

[0009] 利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,所述改进的随机Kaczmarz算法包括:

[0010] 获取感知矩阵、估计支集的基数,将接收的所述第一信号作为噪声观测向量,设定最大迭代次数和迭代停止条件;

[0011] 初始化稀疏信号模型的迭代次数和估计稀疏信号;

[0012] 根据估计稀疏信号、感知矩阵、估计支集的基数和稀疏信号模型继续更新获得新的估计稀疏信号,其中,在所述改进的随机Kaczmarz算法的第 k 次迭代中,按概率选取感知矩阵中的第 i_k 行,将该行向量记作 a_{i_k} ,根据上一迭代中获得的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 以及估计支集的基数,计算出估计支集 S_k ,并利用支集 S_k 计算权重向量 w_k ,最后将上一迭代的

估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上, 以得到更新后的估计稀疏信号 $x^{[k]}$;

[0013] 根据所述最大迭代次数或迭代停止条件判断是否退出迭代;

[0014] 将最后一次迭代中获得的估计稀疏信号输出作为所述第二信号。

[0015] 第二方面, 本发明提供一种稀疏信号恢复系统, 其包括:

[0016] 信号采集单元, 用于接收第一信号;

[0017] 处理单元, 其用于接收第一信号, 并利用所述稀疏信号模型将所述第一信号重构为第二信号;

[0018] 信号输出单元, 用于输出第二信号, 其中, 在所述处理单元中, 利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程, 所述改进的随机Kaczmarz算法包括:

[0019] 获取感知矩阵、估计支集的基数, 将接收的所述第一信号作为噪声观测向量, 设定最大迭代次数和迭代停止条件;

[0020] 初始化稀疏信号模型的迭代次数和估计稀疏信号;

[0021] 根据估计稀疏信号、感知矩阵、估计支集的基数和稀疏信号模型继续更新获得新的估计稀疏信号, 其中, 在所述改进的随机Kaczmarz算法的第 k 次迭代中, 按概率选取感知矩阵中的第 i_k 行, 将该行向量记作 a_{i_k} , 根据上一迭代中获得的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 以及估计支集的基数, 计算出估计支集 S_k , 并利用支集 S_k 计算权重向量 w_k , 最后将上一迭代的估计稀疏信号 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上, 以得到更新后的估计稀疏信号

$x^{[k]}$;

[0022] 根据所述最大迭代次数或迭代停止条件判断是否退出迭代;

[0023] 将最后一次迭代中获得的估计稀疏信号输出作为所述第二信号。

[0024] 第三方面, 本发明提供一种电子设备, 所述电子设备包括处理器和存储器, 所述存储器中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集, 所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由所述处理器加载并执行, 以实现如上所述的稀疏信号恢复方法。

[0025] 第四方面, 本发明提供一种计算机可读存储介质, 所述存储介质中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集, 所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由处理器加载并执行以实现如上所述的稀疏信号恢复方法。

[0026] 本发明与现有技术相比, 其有益效果在于:

[0027] 现有的稀疏随机Kaczmarz算法仅利用了迭代次数来为本次迭代的行向量生成权重向量。仅根据迭代次数来生成权重往往忽略了对估计支集的利用, 因此不能较好地剔除被误判为真实支集的索引位置, 以及找出被遗漏的属于真实支集的索引位置。本发明采用的改进的随机Kaczmarz算法(mSRK)算法有效利用迭代次数以及当前迭代解来为本次迭代

的行向量的各元素分配不同权值,为具有较高可能性属于真实支集的索引位置分配较小权值,为具有较低可能性属于真实支集的索引位置分配较大权值。

[0028] 在这种权重的设置下,若具有较高可能性属于真实支集的索引位置并不属于真实支集,那将导致一个较大的误差,而该误差会被mSRK算法利用来更新解,减小该索引位置在后续判断中被判断为真实支集的可能性;若具有较低可能性属于真实支集的索引位置属于真实支集,那也将导致一个较大的误差,而该误差会被mSRK算法利用来更新解,增大该索引位置在后续判断中被判断为真实支集的可能性。

[0029] 由此,本发明采用的mSRK算法能够更有效估计真实支集,从而使算法的收敛速度更高。此外,本发明采用的mSRK算法在迭代次数较大时,进一步优化了权值向量的生成方式,使得算法更快速地逼近于真实解。

附图说明

[0030] 为了更清楚地说明本发明实施例中的技术方案,下面将对实施例中所需要使用的附图进行简单的介绍,显而易见地,下面描述中的附图仅仅是本申请的一些实施例,对于本领域普通技术人员来讲,在不付出创造性劳动的前提下,还可以根据这些附图获得其他的附图。

[0031] 图1为本发明基于稀疏随机Kaczmarz算法的稀疏信号恢复方法的流程示意图;

[0032] 图2为本发明利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程的流程示意图;

[0033] 图3为本发明模拟实验中的相对恢复误差与算法迭代次数的比较结果示意图;

[0034] 图4为本发明模拟实验中的一致恢复误差与算法迭代次数的比较结果示意图;

[0035] 图5为本发明模拟实验中的相对恢复误差与算法运行时间的比较结果示意图;

[0036] 图6为发明实施例中稀疏信号恢复系统的结构示意图;

[0037] 图7为发明实施例中实施稀疏信号恢复的电子设备的结构示意图。

具体实施方式

[0038] 下面将结合本发明实施例中的附图,对本发明实施例中的技术方案进行清楚、完整的描述,显然,所描述的实施例仅是本申请一部分实施例,而不是全部的实施例。基于本申请中的实施例,本领域普通技术人员在没有做出创造性劳动前提下所获得的所有其他实施例,都属于本申请保护的范围。

[0039] 实施例:

[0040] 需要说明的是,本发明的说明书和权利要求书及上述附图中的术语“第一”、“第二”等是用于区别类似的对象,而不必用于描述特定的顺序或先后次序。应该理解这样使用的数据在适当情况下可以互换,以便这里描述的本发明的实施例能够以除了在这里图示或描述的那些以外的顺序实施。此外,本发明实施例的术语“包括”和“具有”以及他们的任何变形,意图在于覆盖不排他的包含,例如,包含了一系列步骤或单元的过程、方法、系统、产品或设备不必限于清楚地列出的那些步骤或单元,而是可包括没有清楚地列出的或对于这些过程、方法、产品或设备固有的其它步骤或单元。

[0041] 在本发明的描述中,“多个”的含义是至少两个,例如两个、三个等,除非另有明确具体的限定。此外,除非另有明确的规定和限定,术语“安装”、“相连”、“连接”应做广义理

解,例如,可以是固定连接,也可以是可拆卸连接,或一体地连接;可以是机械连接,也可以是电连接;可以是直接相连,也可以通过中间媒介间接相连,可以是两个元件内部的连通。对于本领域的普通技术人员而言,可以根据具体情况理解上述术语在本发明中的具体含义。

[0042] 下文中所用的词语“示例性”的意思为“用作例子、实施例或说明性”。作为“示例性”所说明的任何实施例不必解释为优于或好于其它实施例。

[0043] 下文中所用的词语“mSRK”是指代本发明采用的改进的随机Kaczmarz算法。

[0044] 以下对本申请实施例中的部分用语进行解释说明,以便于本领域技术人员理解。

[0045] Kaczmarz算法:Kaczmarz算法是一种用于计算大型超定线性系统的主流算法,其中,由于该算法很容易在计算机上实现以及并行化,因此其广泛应用于分布式计算、断层扫描、信号处理、图像恢复等工程领域。

[0046] 经典的Kaczmarz算法:经典的Kaczmarz算法是一种典型的行处理迭代算法,它依次把初始值投影到由矩阵每一个行向量和所对应观测值共同决定的超平面上以进行解的更新。经典Kaczmarz算法的收敛性质依赖于行顺序,如果行顺序不好的时候,Kaczmarz的收敛结果非常慢,而且很难对于该方法做出收敛结果的分析。

[0047] 随机Kaczmarz算法:学者们发现如果采取随机策略来选取矩阵的行向量,算法的收敛性质能得到显著提高,这种方法称作随机Kaczmarz算法,该算法的收敛速度可由矩阵的条件数进行有效估计。除了求解超定线性系统外,不少学者也研究了将随机Kaczmarz算法应用于求解欠定线性系统,由于压缩感知的数学模型也是从一个欠定线性系统中恢复真实信号,因此也有学者研究了利用随机Kaczmarz算法进行稀疏恢复的方法。

[0048] 本发明期望解决现有技术中的随机Kaczmarz算法收敛速率和恢复效果不佳的问题,本发明在计算权重向量时,现有的算法仅利用了迭代次数来为本次迭代的行向量生成权值向量,本发明的算法有效利用迭代次数以及当前迭代解来为本次迭代的行向量的各元素分配不同的权值,从而提高了算法的收敛速率与恢复效果,实现了提高稀疏信号的恢复性能的目的。

[0049] 基于此并参考图1和图2,本发明提供一种基于稀疏随机Kaczmarz算法的稀疏信号恢复方法,具体可以包括下述步骤:

[0050] 步骤1:建立稀疏信号恢复模型;

[0051] 步骤2:接收第一信号,并利用所述稀疏信号模型将所述第一信号重构为第二信号,其中,利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,该过程具体可以包括下述步骤:

[0052] S100:输入已知的观测向量 $y \in \mathbb{R}^M$ (即所述第一信号)和感知矩阵 $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ($M \ll N$)。其中, $y = Ax$, $x \in \mathbb{R}^N$ 为 K -稀疏信号 (即 x 中的 N 个元素中最多只有 K 个非零元素)。输入设定的算法最大迭代次数和估计支集的基数 $\hat{K}$ 。本实施例将算法最大迭代次数设置为 $10 \times N$,将估计支集的基数 $\hat{K}$ 设置为 K 。

[0053] 需要指出的是,与现有的算法处理二值稀疏信号(由0和1组成的向量)不同,本发明的稀疏信号由0和任何非零元素组成的向量,也就是说,本发明的稀疏信号恢复方法可以恢复任意类型的稀疏信号,并更适用于在大规模数据下进行稀疏信号恢复。更进一步的,本

发明的稀疏信号恢复方法不需要对稀疏信号进行假设或运算简化,尤其适用于信号维度很大时,能够快速的恢复信号。

[0054] S200:数据初始化,包括初始化迭代次数 $k = 0$ 和估计稀疏信号 $\hat{x} = 0$;

[0055] S300:在mSRK算法第 k 次迭代中,按概率选取感知矩阵中的第 i_k 行,将该行向量记作 a_{i_k} ,根据上一迭代得到的向量计算估计支集 S_k ,再根据估计支集计算权重向量 w_k ,最后将上一迭代的向量 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上以更新解向量、得到向量 $x^{[k]}$;重复迭代直至满足迭代停止条件,迭代停止;

[0056] S301: $k = k + 1$,每执行迭代一次,迭代次数加1;

[0057] S302:在每 k 次迭代中,按概率 $P(i_k)$ 选取感知矩阵中的第 i 行:

$$[0058] \quad P(i_k) = \frac{\|a_{i_k}\|_2^2}{\|A\|_F^2}$$

[0059] 其中, i_k 代表第 k 次迭代中选择感知矩阵 A 的第 i 行, a_{i_k} 代表感知矩阵 A 的第 i_k 行的行向量, $\|A\|_F$ 代表矩阵 A 的Frobenius范数;

[0060] S303:考虑到需要重构的信号是稀疏信号,可由上一迭代得到的向量 $x^{[k-1]}$ 来估计支集 S_k , S_k 的计算方式为:

$$[0061] \quad S_k = \text{supp}(x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}})$$

[0062] 其中, $x^{[k-1]}|_{\max\{\hat{K}, N-k+1\}}$ 代表保留向量 $x^{[k-1]}$ 中绝对值前 $\max\{\hat{K}, N-k+1\}$ 大的元素,并令该向量中其余元素为0; N 为感知矩阵 A 的列数; $\text{supp}(\cdot)$ 记录了一个向量中所有非零元素的索引,即该向量的支集;

[0063] S304:利用迭代次数以及当前迭代解来生成权重向量 w_k ,为具有较高可能性属于真实支集的索引位置分配较小权值,为具有较低可能性属于真实支集的索引位置分配较大权值。 w_k 的计算方式为:

$$[0064] \quad w_k(l) = \begin{cases} 1 & , l \in S_k \\ \frac{1}{\sqrt{k * \frac{j - |S_k|}{N - |S_k|}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), 1 < k < N \\ \frac{1}{k * \sqrt{\frac{j - |S_k|}{N * (N - |S_k|)}}} & , l \in S_k^c, j = \iota(l), k \geq N \end{cases}$$

[0065] 其中, $\iota(l)$ 代表元素 $x_l^{[k-1]}$ 在向量 $x^{[k-1]}$ 中各元素按绝对值大小进行降序排序后的名次; $|S_k|$ 代表集合 S_k 的基数, S_k^c 代表集合 S_k 的补集;

[0066] S305: 将上一迭代的向量 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上以更新解向量、得到向量 $x^{[k]}$ 。 $x^{[k]}$ 的计算方式为:

$$[0067] \quad x^{[k]} = x^{[k-1]} + \frac{b_{i_k} - \langle w_k \odot a_{i_k}, x^{[k-1]} \rangle}{\|w_k \odot a_{i_k}\|_2^2} (w_k \odot a_{i_k})^T$$

[0068] 其中, $\langle \cdot \rangle$ 表示内积, $\odot$ 表示点积。

[0069] 在本实施例中, 在比较相对恢复误差、一致恢复误差与算法迭代次数的关系时, 不设置迭代停止条件, 算法达到最大迭代次数 $10 \times N$ 后停止迭代。在模拟算法运行时间时, 为了比较不同算法间的收敛速度, 将迭代停止条件设置为

$$[0070] \quad \|x^{[k]} - x\|_2 \leq p \|x\|_2$$

[0071] 其中, $x^{[k]}$ 是第 k 次迭代返回的估计信号, x 为真实稀疏信号, p 表示给定的正数。

[0072] S400: 将最后一次迭代中获得的估计稀疏信号输出作为所述第二信号, 输出所述第二信号。

[0073] 上述实施例中, 设置感知矩阵 A 中的每个元素是独立同分布的且服从标准正态分布; 真实稀疏信号 x 是一个 k -稀疏向量 (即 x 中的 N 个元素中最多只有 k 个非零元素); x 的支集选取方式为: 按均匀分布概率随机从集合 $\{1, 2, \dots, N\}$ 中选取 k 个元素的索引位置作为支集; 向量 x 中的非零元素是独立同分布的且服从标准正态分布。本实施例中的实验结果平均于 100 次独立实验。

[0074] 如图 3 所示, 图 3 显示了本发明中提出的 mSRK 算法与现有的 SRK 算法的相对恢复误差 $\frac{\|x^{[k]} - x\|_2}{\|x\|_2}$ 与算法迭代次数的比较, 其中 $K = 60, M = 200, N = 500$ 。从图中可以看出, mSRK 算法

相比 SRK 算法在一次迭代中减小的相对恢复误差更多, mSRK 算法的效果更好。

[0075] 如图 4 所示, 图 4 显示了本发明中提出的 mSRK 算法与现有的 SRK 算法的一致恢复误

差 $\|Ax^{[k]} - b\|$ 与算法迭代次数的比较,其中 $K = 60, M = 200, N = 500$ 。从图中可以看出,mSRK算法相比SRK算法在一次迭代中减小的一致恢复误差更多,mSRK算法的效果更好。

[0076] 如图5所示,图5显示了相对恢复误差 $\frac{\|x^{[k]} - x\|_2}{\|x\|_2}$ 与算法运行时间的比较,其中 $K = 60, M = 200, N = 500$ 。相比于现有的SRK算法,本发明中提出的mSRK算法能够更加快速地收敛到给定的误差大小,具有更好的算法效率。

[0077] 可以理解的是,现有的稀疏随机Kaczmarz算法仅利用了迭代次数来为本次迭代的行向量生成权值向量。仅根据迭代次数来生成权值往往忽略了对估计支集的利用,因此不能较好地剔除被误判为真实支集的索引位置,以及找出被遗漏的属于真实支集的索引位置。

[0078] 本发明采用的mSRK算法有效利用迭代次数以及当前迭代解来为本次迭代的行向量的各元素分配不同权值,为具有较高可能性属于真实支集的索引位置分配较小权值,为具有较低可能性属于真实支集的索引位置分配较大权值。

[0079] 在这种权重的设置下,若具有较高可能性属于真实支集的索引位置并不属于真实支集,那将导致一个较大的误差,而该误差会被mSRK算法利用来更新解,减小该索引位置在后续判断中被判断为真实支集的可能性;若具有较低可能性属于真实支集的索引位置属于真实支集,那也将导致一个较大的误差,而该误差会被mSRK算法利用来更新解,增大该索引位置在后续判断中被判断为真实支集的可能性。由此,本发明采用的mSRK算法能够更有效估计真实支集,从而使算法的收敛速度更高。此外,本发明采用的mSRK算法在迭代次数较大时,进一步优化了权值向量的生成方式,使得算法更快速地逼近于真实解。

[0080] 参见图6,基于同一发明构思,本发明实施例还提供一种稀疏信号恢复系统,其包括:信号采集单元、处理单元和信号输出单元,具体的,信号采集单元,用于接收第一信号;处理单元用于接收第一信号,并利用所述稀疏信号模型将所述第一信号重构为第二信号;信号输出单元输出第二信号,其中,在所述处理单元中,利用改进的随机Kaczmarz算法加快信号的重构过程,所述改进的随机Kaczmarz算法包括:输入已知的噪声观测向量、感知矩阵、估计支集的基数和设定最大迭代次数和迭代停止条件;初始化迭代次数和估计稀疏信号;在所述改进的随机Kaczmarz算法的第 k 次迭代中,按概率选取感知矩阵中的第 i_k 行,

将该行向量记作 a_{i_k} ,根据上一迭代得到的向量计算估计支集 S_k ,再根据估计支集 S_k 计算权重向量 w_k ,最后将上一迭代的向量 $x^{[k-1]}$ 投影到超平面 $\{w_k \odot a_{i_k} = b_{i_k}\}$ 上以更新解

向量,从而得到向量 $x^{[k]}$;重复迭代直至满足所述迭代停止条件或超过所述最大迭代次数,迭代停止并输出所述第二信号。

[0081] 由于该系统是本发明实施例的稀疏信号恢复方法对应的系统,并且该系统解决问题的原理与方法相似,因此该系统的实施可以参见上述方法实施例的实施过程,重复之处不再赘述。

[0082] 参见图7,基于同一发明构思,本发明实施例还提供一种电子设备,所述电子设备

包括处理器和存储器,所述存储器中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集,所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由所述处理器加载并执行,以实现如上所述的稀疏信号恢复方法。

[0083] 可以理解的是,存储器可以包括随机存储器(Random Access Memory, RAM),也可以包括只读存储器(Read-Only Memory)。可选地,该存储器包括非瞬时性计算机可读介质(non-transitory computer-readable storage medium)。存储器可用于存储指令、程序、代码、代码集或指令集。存储器可包括存储程序区和存储数据区,其中,存储程序区可存储用于实现操作系统的指令、用于至少一个功能的指令、用于实现上述各个方法实施例的指令等;存储数据区可存储根据服务器的使用所创建的数据等。

[0084] 处理器可以包括一个或者多个处理核心。处理器利用各种接口和线路连接整个服务器内的各个部分,通过运行或执行存储在存储器内的指令、程序、代码集或指令集,以及调用存储在存储器内的数据,执行服务器的各种功能和处理数据。可选地,处理器可以采用数字信号处理(Digital Signal Processing, DSP)、现场可编程门阵列(Field-Programmable Gate Array, FPGA)、可编程逻辑阵列(Programmable Logic Array, PLA)中的至少一种硬件形式来实现。处理器可集成中央处理器(Central Processing Unit, CPU)和调制解调器等中的一种或几种的组合。其中,CPU主要处理操作系统和应用程序等;调制解调器用于处理无线通信。可以理解的是,上述调制解调器也可以不集成到处理器中,单独通过一块芯片进行实现。

[0085] 由于该电子设备是本发明实施例的稀疏信号恢复方法对应的电子设备,并且该电子设备解决问题的原理与方法相似,因此该电子设备的实施可以参见上述方法实施例的实施过程,重复之处不再赘述。

[0086] 基于同一发明构思,本发明实施例还提供一种计算机可读存储介质,所述存储介质中存储有至少一条指令、至少一段程序、代码集或指令集,所述至少一条指令、所述至少一段程序、所述代码集或指令集由处理器加载并执行以实现如上所述的稀疏信号恢复方法。

[0087] 本领域普通技术人员可以理解上述实施例的各种方法中的全部或部分步骤是可以通过程序来指令相关的硬件来完成,该程序可以存储于一计算机可读存储介质中,存储介质包括只读存储器(Read-Only Memory, ROM)、随机存储器(Random Access Memory, RAM)、可编程只读存储器(Programmable Read-only Memory, PROM)、可擦除可编程只读存储器(Erasable Programmable Read Only Memory, EPROM)、一次可编程只读存储器(One-time Programmable Read-Only Memory, OTPROM)、电子抹除式可复写只读存储器(Electrically-Erasable Programmable Read-Only Memory, EEPROM)、只读光盘(Compact Disc Read-Only Memory, CD-ROM)或其他光盘存储器、磁盘存储器、磁带存储器、或者能够用于携带或存储数据的计算机可读的任何其他介质。

[0088] 由于该存储介质是本发明实施例的稀疏信号恢复方法对应的存储介质,并且该存储介质解决问题的原理与方法相似,因此该存储介质的实施可以参见上述方法实施例的实施过程,重复之处不再赘述。

[0089] 在一些可能的实施方式中,本发明实施例的方法的各个方面还可以实现为一种程序产品的形式,其包括程序代码,当程序产品在计算机设备上运行时,程序代码用于使计算

机设备执行本说明书上述描述的根据本申请各种示例性实施方式的稀疏信号恢复方法的步骤。其中,用于执行各个实施例的可执行的计算机程序代码或“代码”可以用诸如C、C++、C#、Smalltalk、Java、JavaScript、Visual Basic、结构化查询语言(例如,Transact-SQL)、Perl之类的高级编程语言或者用各种其它编程语言编写。

[0090] 在本说明书的描述中,参考术语“一个实施例”、“一些实施例”、“示例”、“具体示例”、或“一些示例”等的描述意指结合该实施例或示例描述的具体特征、结构、材料或者特点包含于本发明的至少一个实施例或示例中。在本说明书中,对上述术语的示意性表述不必须针对的是相同的实施例或示例。而且,描述的具体特征、结构、材料或者特点可以在任一个或多个实施例或示例中以合适的方式结合。此外,在不相互矛盾的情况下,本领域的技术人员可以将本说明书中描述的不同实施例或示例以及不同实施例或示例的特征进行结合和组合。

[0091] 上述实施例只是为了说明本发明的技术构思及特点,其目的是在于让本领域内的普通技术人员能够了解本发明的内容并据以实施,并不能以此限制本发明的保护范围。凡是根据本发明内容的实质所做出的等效的变化或修饰,都应涵盖在本发明的保护范围内。



图1

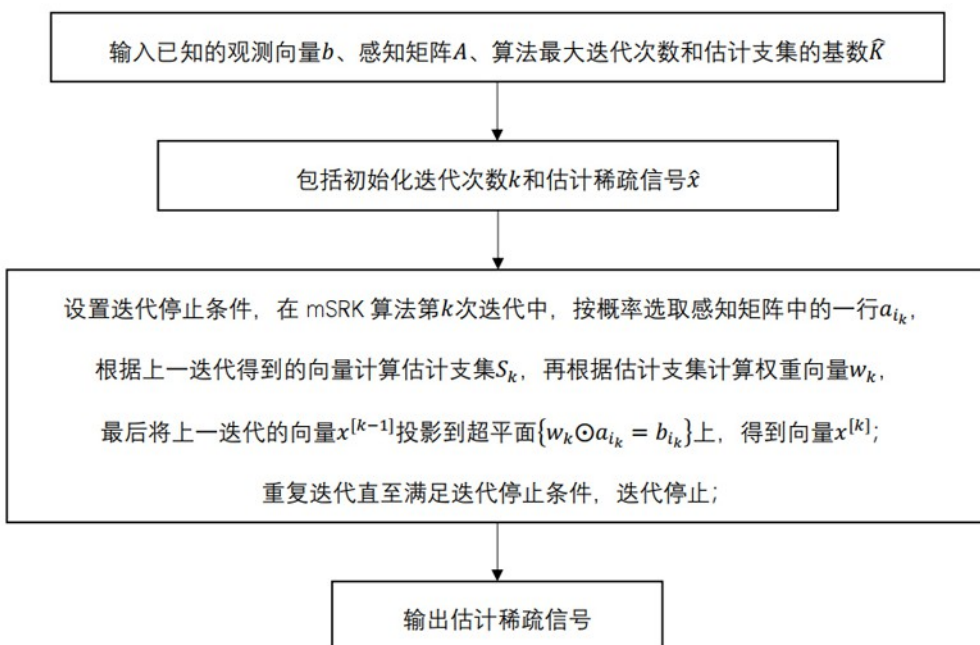


图2

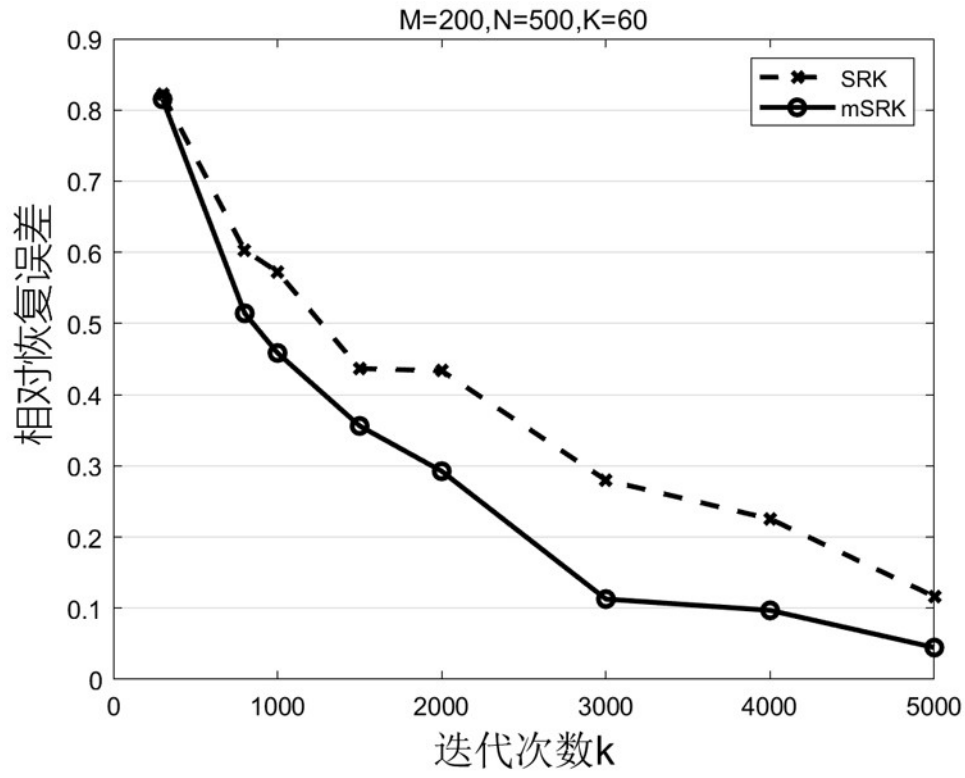


图3

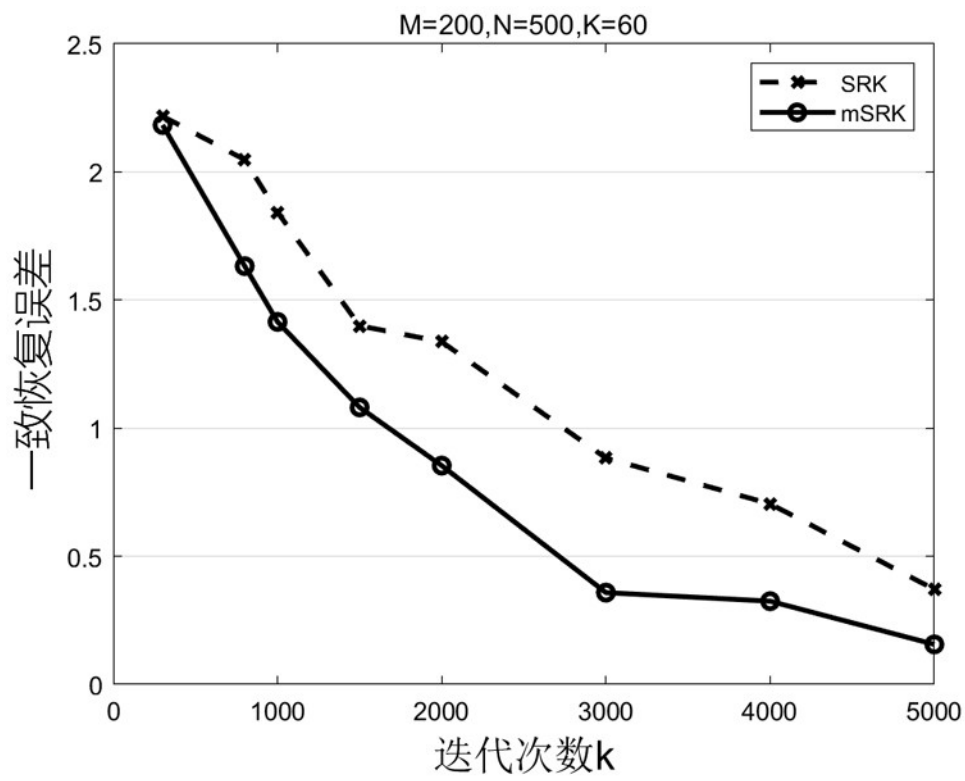


图4

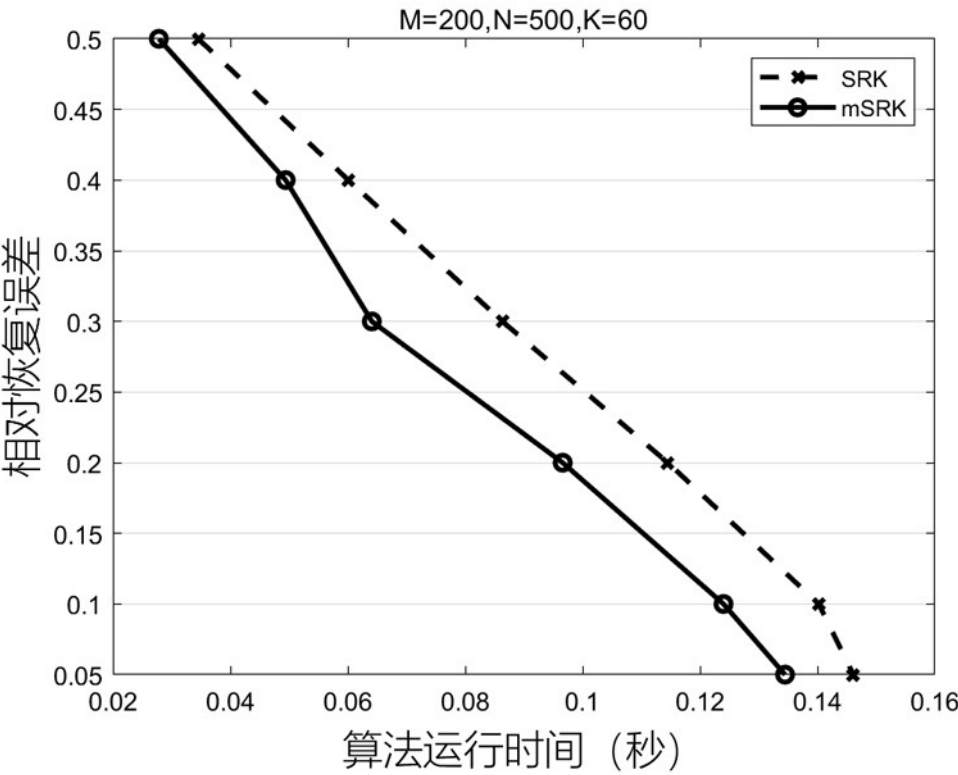


图5

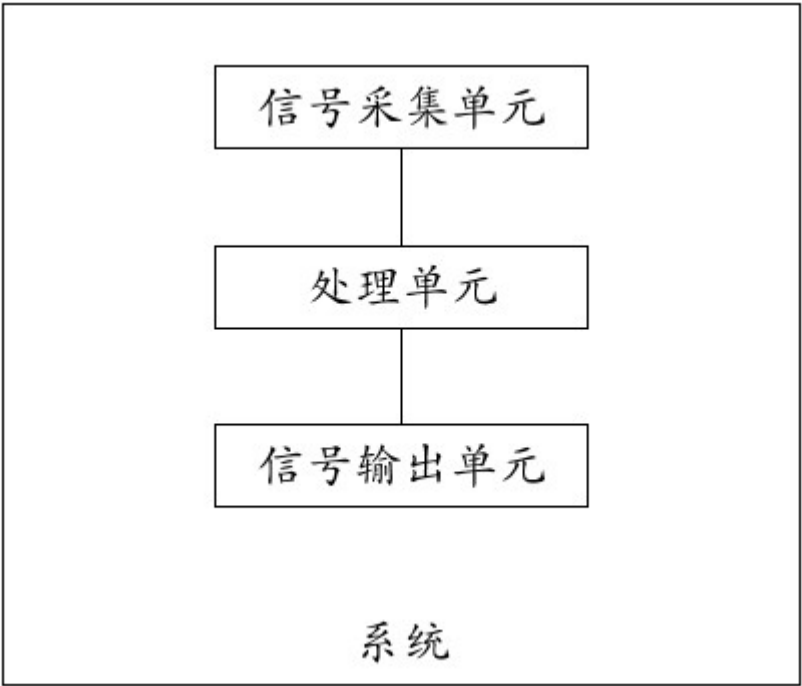


图6

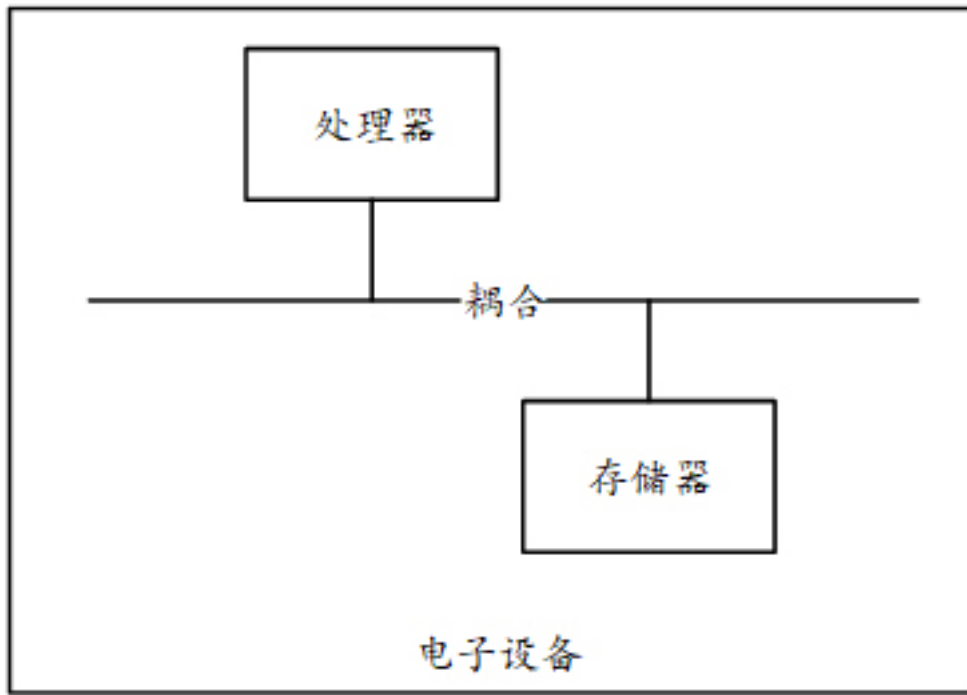


图7